

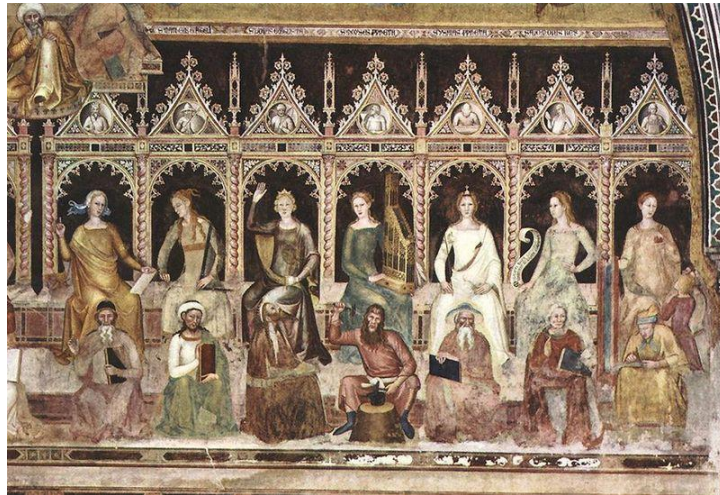
# FISICA MUSICALE

Appunti basati su una lezione del prof. Sozzi,  
rielaborati per i miei studenti



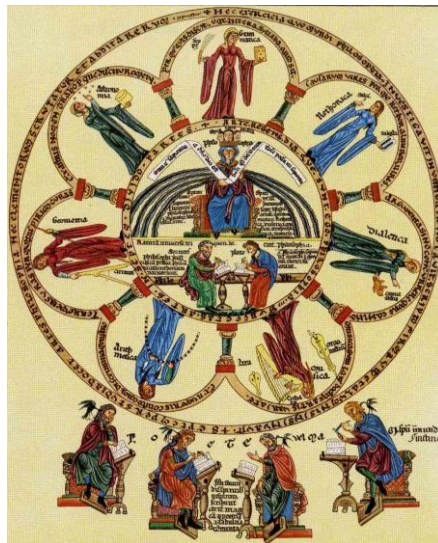
Sozzi è professore associato all'Università di Pisa, ha lavorato al Fermilab e al CERN in esperimenti di fisica delle particelle, con particolare interesse per la violazione di simmetria tra materia e antimateria; è responsabile nazionale dell'esperimento NA62 al CERN per la ricerca di decadimenti ultra-rari del mesone K. Oltre al corso di fisica musicale da lui istituito per il corso di laurea magistrale in fisica, è titolare del corso di Laboratorio di fisica delle interazioni fondamentali e del corso di Fisica 3.

Il prof. Sozzi ha iniziato la lezione mostrandoci il *Trionfo di S. Tommaso e allegoria delle scienze*, affresco di Andrea di Bonaiuto che si trova nella chiesa di Santa Maria Novella a Firenze; la musica è rappresentata assieme alle altre arti liberali. Nell'affresco vediamo l'Aritmetica e Pitagora, la Geometria e Euclide, l'Astronomia e Tolomeo (l'astronomo, rappresentato con la corona, confuso col sovrano), la Musica e Tubalcain, la Dialettica e Pietro Ispano, la Retorica e Cicerone, la grammatica e Prisciano di Cesarea.



Andrea di Bonaiuto (1343-1377):  
Trionfo di S. Tommaso e allegoria delle scienze (particolare)

In epoca medievale le arti liberali erano divise tra Trivium (grammatica, retorica, dialettica) e Quadrivium (aritmetica, geometria, astronomia, musica).



Le sette arti liberali – Immagine dall'*Hortus deliciarum* di Herrad von Landsberg (manoscritto del XII secolo)

Dunque la musica faceva parte degli studi che oggi classifichiamo come scientifici. Per capirne il motivo si pensi che la musica è formata da suoni e che il suono fu studiato da Pitagora attraverso i numeri. Nell'affresco *La scuola di Atene*, di Raffaello, Pitagora è raffigurato mentre un bambino gli mostra una tavoletta, sulla quale è rappresentata la suddivisione pitagorica dell'ottava.

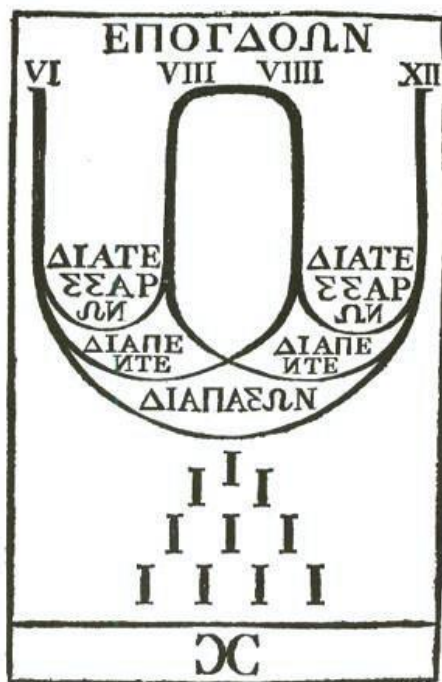
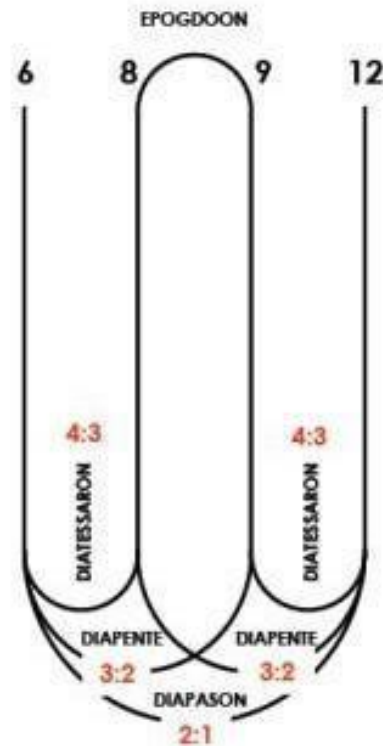


Figure 21. Diagram of tablet held up for Pythagoras. (From Bellori, *Descrizione*. Photo: Clark Art Institute Library.)



Un'ottava è l'intervallo tra due note uguali (ad esempio tra due do). Il titolo epogdoon indica il rapporto 9/8 che caratterizza il tono pitagorico.

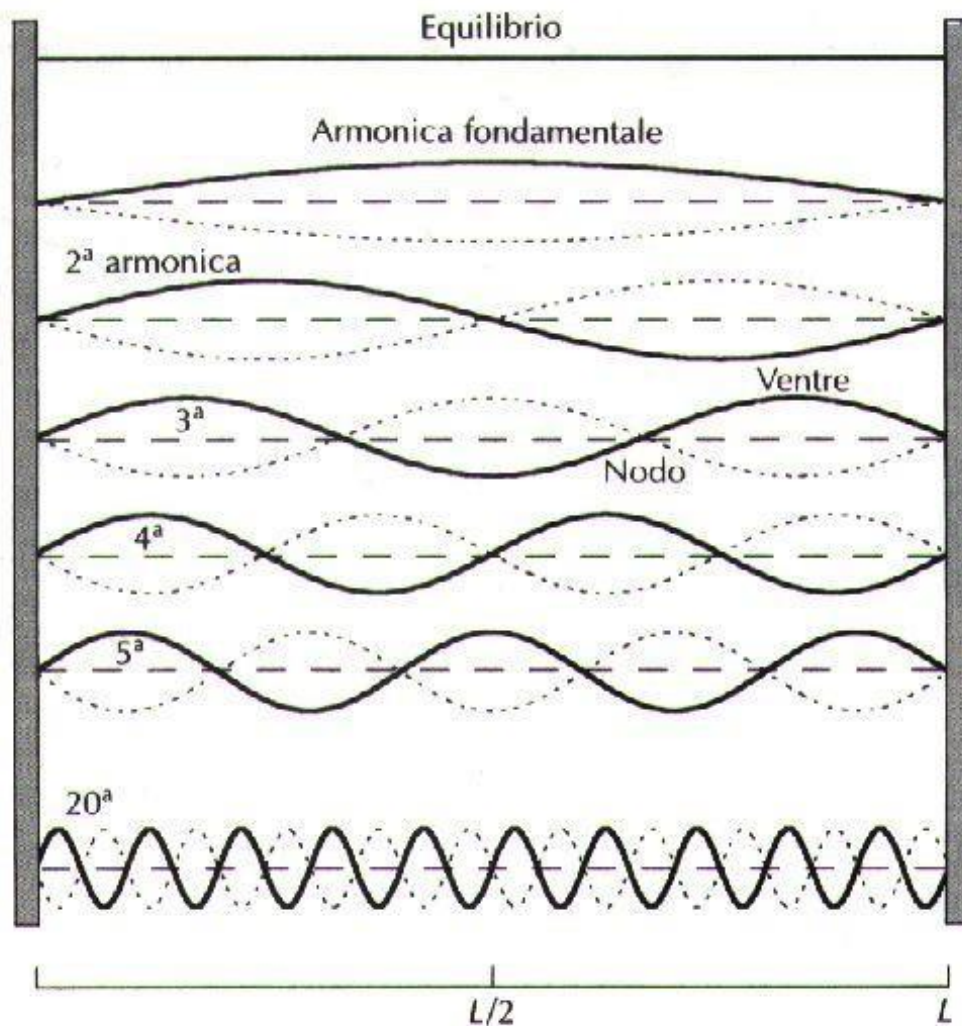
La leggenda narra che Pitagora, passando davanti alla bottega di un fabbro e sentendo il suono prodotto dai martelli che battevano sui metalli, rimase interessato dal fatto che mentre alcune coppie di martelli, battendo assieme, producevano suoni piacevoli, altre coppie davano suoni discordanti. Si accorse

che i martelli avevano dimensioni diverse; li pesò e scoprì che i pesi di quelli che suonati assieme producevano suoni piacevoli erano in rapporti semplici: 6 e 9 o 6 e 12; se invece si battevano insieme ad esempio due martelli con rapporto 12 a 13 il suono prodotto non era orecchiabile.



Questa è solo una leggenda, tuttavia è vero che Pitagora arrivò alla conclusione che i suoni erano in qualche modo collegati ai numeri. Attraverso uno strumento chiamato monocordo, analizzò la relazione che esisteva tra i suoni e la lunghezza della corda che veniva pizzicata, deducendo che se la corda veniva suddivisa in rapporti semplici, si producevano suoni che stavano bene insieme. In sostanza nasceva il concetto di numero sonoro, intendendo il numero delle parti in cui una corda poteva essere suddivisa e, pizzicata, produrre suoni differenti. L'ottava veniva definita dal rapporto 2:1, la quinta dal rapporto 3:2 e la quarta da 3:4. La *tetraktys* pitagorica (1, 2, 3, 4) determinava e conteneva tutte le consonanze musicali.





Se dividiamo in due una corda, la corda intera e la sua metà producono la stessa nota, chiamiamola do e chiamiamo ottava l'intervallo tra i due do così ottenuti. Ci accorgiamo che se prendiamo un'altra corda la cui lunghezza con la prima sia nel rapporto 3:2, insieme producono un suono gradevole. Questa nuova corda origina una seconda nota. Se prendiamo una terza corda che sia nel rapporto 3:2 con la seconda, otteniamo ancora qualcosa di piacevole e così via.. Dopo sette volte che effettuiamo questo procedimento, e dando un nome diverso a tutti i suoni che abbiamo ottenuto, ci accorgiamo di ritornare al punto di partenza.. o quasi, nel senso che torniamo molto vicini al punto di partenza, cioè di nuovo al suono che avevamo chiamato do. In realtà il procedimento potrebbe continuare. Avvertendo questa minima differenza tra la nota ottenuta alla fine del processo e quella iniziale, potremmo andare avanti con note di nomi sempre diversi, finché il nostro orecchio non ha più la sensibilità di sentire

le differenze tra le note prodotte. Ma ci siamo accontentati delle sette note, a dire il vero di 12, tenendo conto anche dei semitoni. Il numero sette non è casuale, lo ritroviamo ad esempio nei colori dell'arcobaleno, e anche qui ovviamente è una riduzione, i colori sono infiniti... e nel numero dei pianeti conosciuti dai Greci. A proposito di pianeti, un grande scienziato tedesco, Giovanni Keplero, arrivò a formulare le tre famose leggi che portano il suo nome grazie alla musica. Cercò i suoni che avrebbe potuto associare ad ogni pianeta, dovuti al suo movimento.



Mise poi assieme le varie melodie per costituirne una unica e da questa dedusse le leggi matematiche sul moto dei pianeti attorno al Sole.

Il suono è stato uno dei primi modi con cui l'uomo ha cercato di capire la natura. Pitagora pensava che l'universo fosse come un grande monocordo, con una corda tra il cielo, lo spirito assoluto, e la terra, la materia assoluta, cosicché la musica poteva diventare il mezzo per conoscere tutti i fenomeni naturali, riconoscendo nella natura, nei pianeti, nelle costellazioni, la stessa relazione armonica esistente tra i suoni.

La musica si evolve poi nel rinascimento. Dopo il Seicento, e la rivoluzione scientifica, la musica esce dall'ambito scientifico ed entra in quello delle arti.

Ma c'è chi dice che uno degli elementi che ha favorito la rivoluzione scientifica sia stato proprio il suono. Con l'introduzione degli strumenti musicali c'era bisogno di capire meglio come e perché strumenti diversi, clavicembali, flauti, liuti, potevano produrre suoni che erano piacevoli da ascoltare assieme. Ad occuparsi di questi studi fu ad esempio il musicista Vincenzo Galilei, padre di Galileo. Condusse degli esperimenti assieme al figlio e arrivarono a dedurre due risultati: innanzitutto che le consonanze e dissonanze non dipendono esclusivamente dai rapporti 3:2, 4:3, ecc. delle lunghezze delle corde, bensì altre differenze fisiche degli strumenti possono produrre suoni diversi, ad esempio la tensione delle corde o il loro spessore. In definitiva fu il padre di Galilei a sostenere l'importanza dell'esperimento per capire i fenomeni naturali. Nel 1627 Marin Mersenne, nel suo *Traité de l'harmonie universelle* scrisse:  
*Sono davvero stupito che [...] Boezio e gli altri antichi, e dopo di loro Zarlino [...], siano stati così negligenti da non effettuare un solo esperimento per restituire la verità al mondo.* Nei *Discorsi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze*, Galileo fa discutere i due personaggi, Salviati e Sagredo, sui problemi delle corde musicali, evidenziati dal padre Vincenzo:

*Sagredo. Tre sono le maniere con le quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda: l'una è lo scorciarla; l'altra, il tenderla più, o vogliam dir tirarla; il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza e grossezza della corda, se vorremo sentir l'ottava, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza: ma se, ritenendo la medesima lunghezza e grossezza, vorremo farla montare all'ottava col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, ma ci bisogna il quadruplo, sì che se prima era tirata dal peso d'una libbra, converrà attaccarvene quattro per inacutirla all'ottava: e finalmente se, stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo una corda che, per esser più sottile, renda l'ottava, sarà necessario che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell'altra più grave. E questo che dico dell'ottava, cioè che la sua forma presa dalla tensione o dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella che si ha dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri intervalli musicali.*

Negli anni successivi, Galileo approfondì gli studi musicali con l'analisi delle oscillazioni dei pendoli, identificando una nuova grandezza fisica fondamentale per il suono, la frequenza, data dal numero di oscillazioni che un pendolo, o una corda, effettuavano nell'unità di tempo. Non solo; Galileo si rese anche conto che i suoni dipendevano dalla vibrazione dell'aria e dal modo in cui noi li percepiamo attraverso l'orecchio. In sostanza con Galileo il suono diventa un

fenomeno fisico; le consonanze non sono più una manifestazione del significato metafisico dei numeri, bensì un fenomeno da spiegare scientificamente.

Si deve aspettare il settecento per avere la prima spiegazione matematica di come si muove fisicamente una corda (fino ad allora era stato impossibile farlo perché con gli strumenti disponibili non era facile esaminare il grande numero di oscillazioni compiute da una corda pizzicata). Il matematico, fisico e filosofo francese d'Alembert scrisse la prima equazione alle derivate parziali della storia, conosciuta come l'equazione delle corde vibranti:

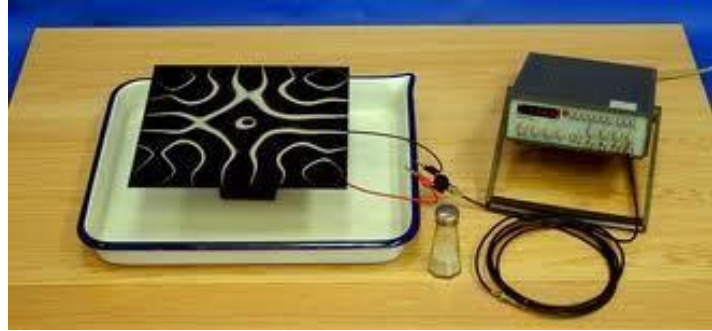
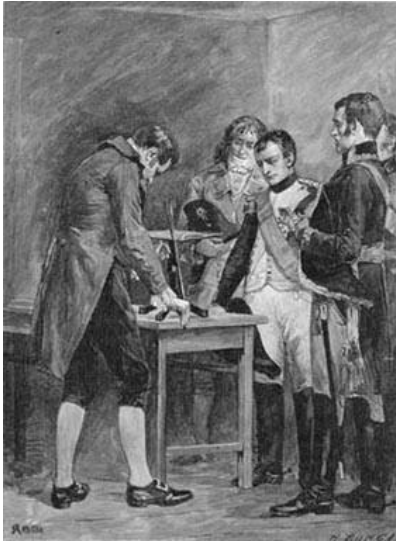
$$\nabla^2 u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

C'è un'altra questione alla quale venne data risposta nel settecento. Col flauto, il pianoforte, la chitarra è possibile fare una melodia, con il tamburo no. Qual è il motivo? La corda di una chitarra può oscillare in tanti modi diversi. Mentre una corda compie una oscillazione completa, un'altra può oscillare a velocità doppia, o tripla... sempre numeri interi, che corrispondono a delle note musicali. Invece, nel tempo che un tamburo fa una oscillazione, un altro ne fa un numero non intero, tipo 1,586 o 2,325 ... Il tamburo vibra con delle frequenze che non sono numeri interi e che non corrispondono a delle note. A proposito di oggetti vibranti, sono curiose le figure di Ernst Chladni, ottenute mettendo in vibrazione lamine metalliche mediante un archetto di violino. Una polvere, ad esempio sabbia fine, distribuita sulle lastre, si concentra nei punti di minor vibrazione, formando particolari figure simmetriche<sup>1</sup>.

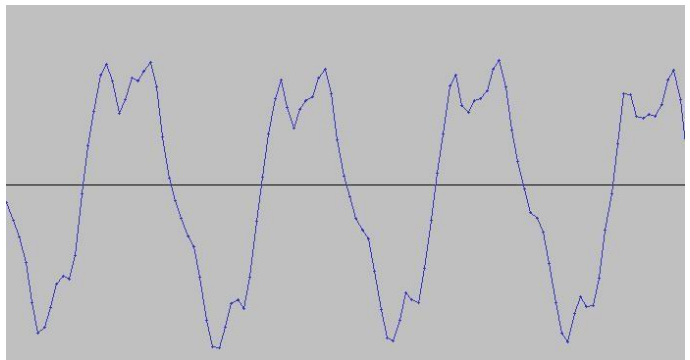
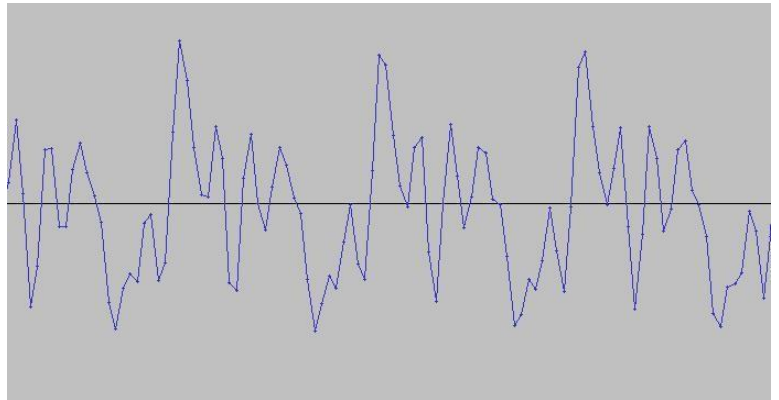
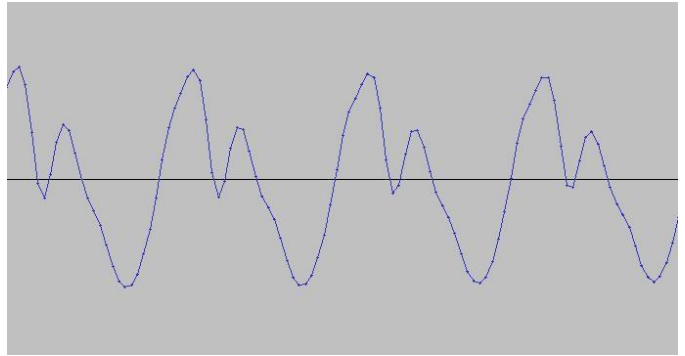
---

<sup>1</sup> Vedi anche la lezione del prof. Ferrante all'indirizzo:  
<http://studiomatematica.altervista.org/documenti/fisicamusicale.pdf>.  
Un video dimostrativo all'indirizzo: [www.FreeScienceLectures.com](http://www.FreeScienceLectures.com)

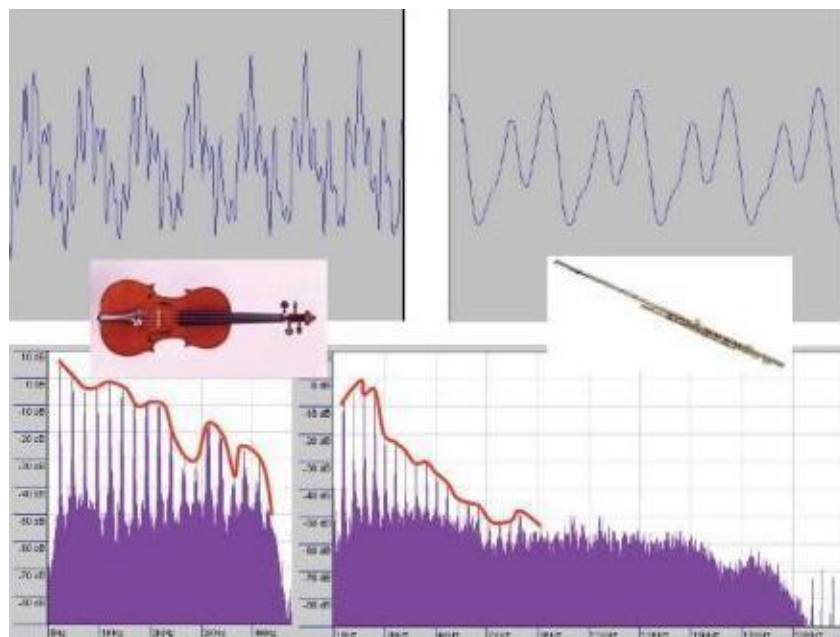




Cerchiamo adesso di capire il motivo per il quale una stessa nota suonata con strumenti diversi produce suoni diversi. Ciò che cambia è un'altra grandezza fisica caratteristica del suono, il timbro. Se mediante un oscilloscopio, cioè un apparecchio che permette di visualizzare le onde sonore mediante funzioni sinusoidali, andiamo ad esaminare la stessa nota suonata da un clarinetto, da un violino e da un pianoforte, otteniamo le immagini seguenti:



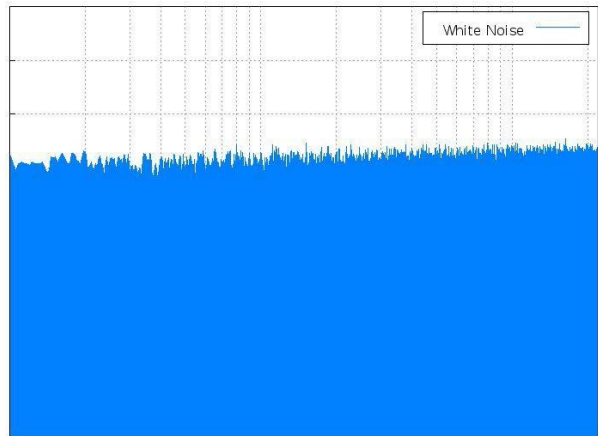
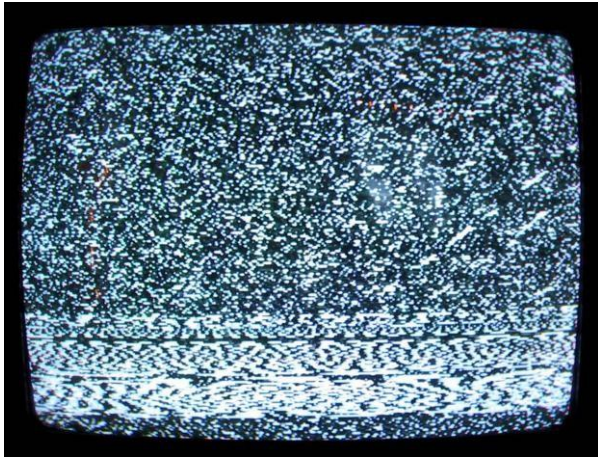
Il timbro ha una particolarità: non ha unità di misura, non è misurabile, non è una grandezza fisica. E' una qualità del suono. Per analizzarlo, il matematico francese Fourier ideò un procedimento, poi detto trasformata di Fourier e oggi implementabile al computer, con il quale ogni onda sonora poteva essere scomposta in una serie di sinusoidi, dette parziali, ciascuna con una ben definita frequenza. Una funzione che aveva come variabile indipendente il tempo veniva trasformata in una funzione dipendente dalla frequenza. Se la frequenza di una sinusoide parziale è multipla di quella fondamentale, è un'armonica. Se un suono ha delle parziali che non sono armoniche, quel suono non è gradevole. Nell'immagine successiva vediamo due esempi di trasformata di Fourier per la stessa nota suonata da due strumenti differenti.



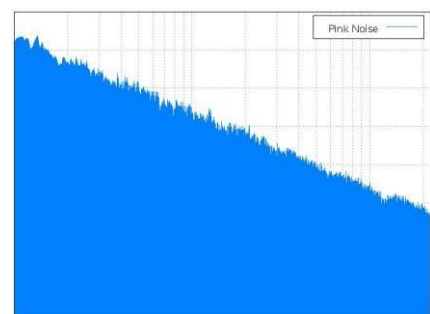
Trasformata di Fourier. Nei grafici è riportata in ascisse la frequenza e in ordinata l'intensità del suono, espressa in decibel

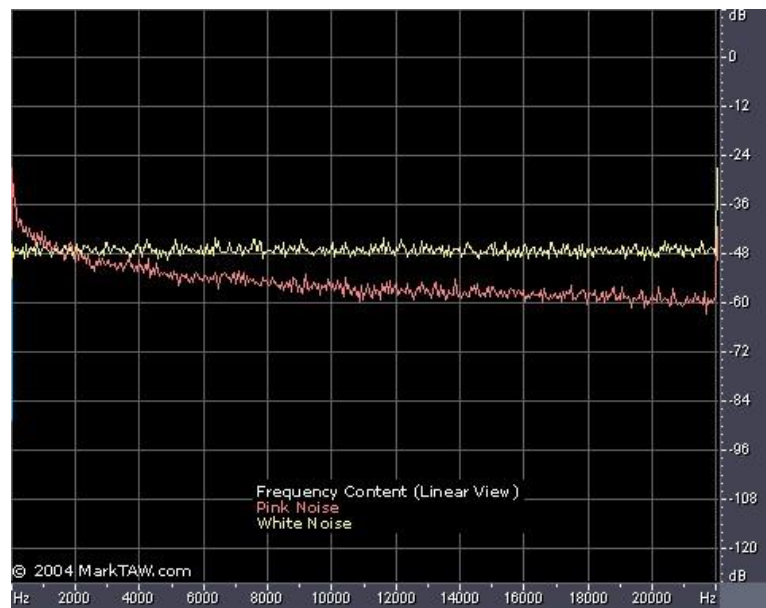
Mediante l'analisi spettrale è possibile analizzare e meglio definire quello che comunemente intendiamo per rumore, cioè un'espressione sonora caotica e di disturbo per l'orecchio. In realtà, studiandone bene le caratteristiche, è possibile distinguere vari tipi di rumore. Ad esempio il rumore bianco è caratterizzato da onde di tutte le frequenze (così come la luce bianca è la sovrapposizione di onde elettromagnetiche di tutte le frequenze visibili) e la

loro intensità è più o meno la stessa. Un esempio di rumore bianco è quello che ascoltiamo quando sintonizziamo il televisore o la radio su un canale privo di segnale.



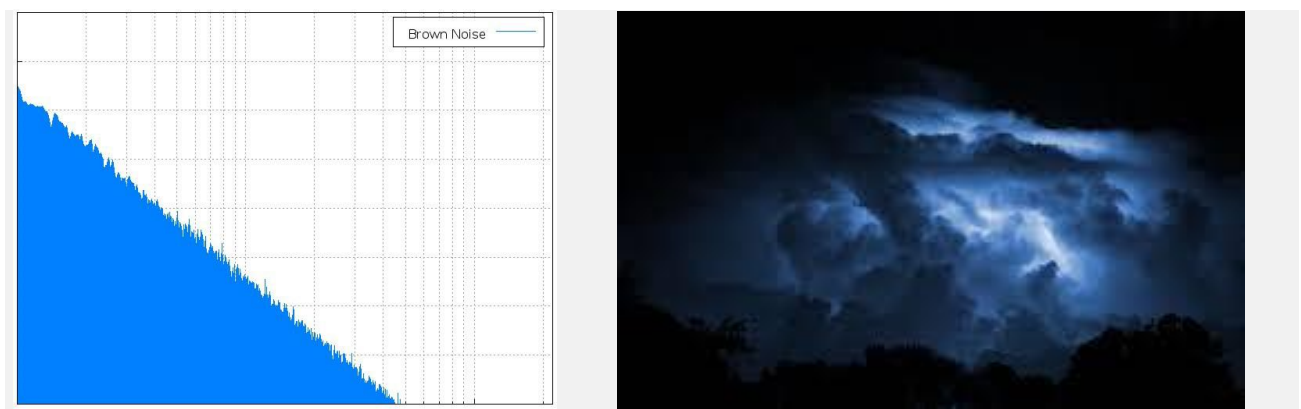
Il rumore rosa, tipico del rumore prodotto dalla pioggia, dal suono di un elettrocardiografo, o da una cascata, è caratterizzato da una prevalenza di armoniche con bassa frequenza.





Le due linee rappresentano un rumore bianco e un rumore rosa

Nel rumore marrone le basse frequenze sono ancora di più accentuate. E' il suono tipico del tuono.

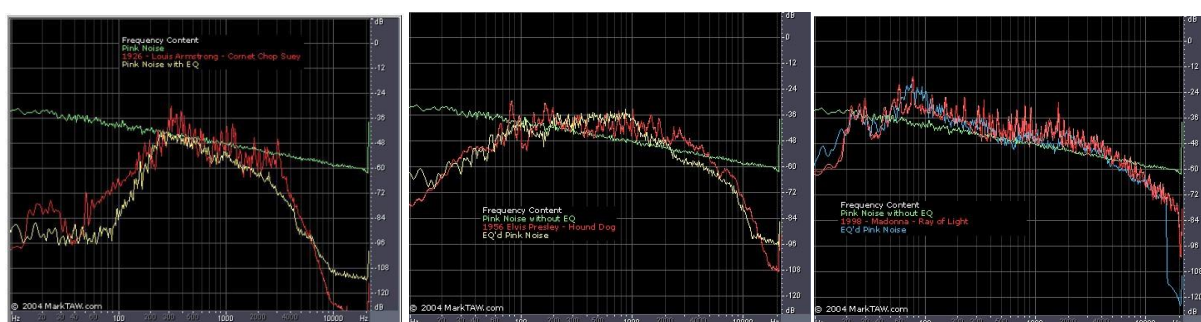


Avviciniamoci ai nostri giorni. E' stato dimostrato che una stazione radiofonica che trasmette musica con volume più alto è maggiormente ascoltata. Questo è il motivo che ha spinto le case discografiche a registrare e a diffondere musica a volumi sempre maggiori; questo fenomeno è conosciuto con il termine di guerra del volume (loudness war). Nei due grafici che seguono è rappresentato il volume di un brano suonato nel 1980 e di uno del 2010.





L'aumento progressivo del volume è ancora più evidente nelle schermate successive, in cui il grafico rappresentato con una specie di linea trasversale rappresenta la soglia del rumore rosa. A sinistra vediamo la registrazione di un brano di Luis Armstrong del 1926, al centro uno di Elvis Presley, del 1956, a destra una canzone di Madonna del 1998.

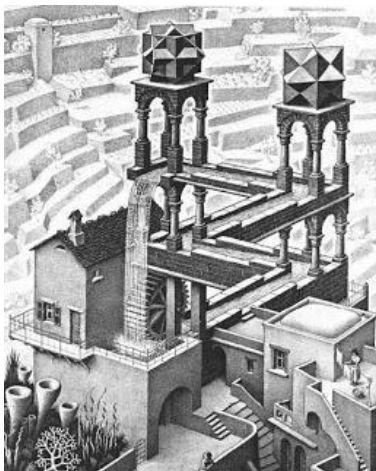


Questo trattamento ha degli effetti sui quali i musicisti non si trovano d'accordo, in quanto riduce la dinamica del suono e le sfumature musicali, rendendo più monotono l'ascolto del brano.

Concludiamo con un altro parallelo tra la musica, la scienza e l'arte, quello rappresentato da opere artistiche come quelle di Escher e di Bach. Scrive Douglas R. Hofstadter in *Gödel, Escher, Bach: un'eterna ghirlanda brillante: Escher ha creato alcuni disegni che sono fra i più concettualmente stimolanti di tutti i tempi. Molti hanno la loro ispirazione in paradossi, illusioni o doppi sensi. I matematici furono tra i primi ammiratori dei disegni di Escher, e si capisce perchè: spesso essi sono basati su principi matematici di simmetria o di regolarità... Ma in un disegno tipicamente escheriano c'è molto di più di semplici simmetrie e regolarità; spesso c'è un'idea di fondo che viene realizzata in forma artistica. In particolare lo Strano Anello è uno dei temi più frequenti nell'opera di Escher. Guardiamo per esempio la litografia Cascata e confrontiamo il suo anello eternamente discendente (a sei componenti) con l'anello eternamente discendente del "Canon per Tonos". La somiglianza tra le*

due immagini è notevole. Bach e Escher esprimono uno stesso tema in due "chiavi" diverse: musicale e visiva.

Così come Escher nella *Cascata* rappresenta un percorso d'acqua irreali che pare scendere dall'alto ma che all'alto ritorna in virtù di un effetto analogo a quello osservabile nei triangoli di Penrose, Bach, nel *Canon per Tonos*, rappresenta una melodia che sembra non finire mai. Inizia in tonalità di do minore e termina la prima ripetizione in re minore; inizia la seconda in re minore e termina in mi minore e così via per sei volte; ci si aspetterebbe di arrivare ad una tonalità sempre più alta... (con *l'ascendere della modulazione ascenda la gloria del re*, scrisse in una nota Bach, in onore di Federico II di Prussia) invece alla fine si ritorna alla tonalità originaria, il do minore, ma un'ottava più in alto.



Anna Maria Gennai